F1-LINJÄR ALGEBRA

- Föreläsare: Micke.
- Lika anteckningar som Patrik, kommer ej ge ut egna anteckningar.

1. Kapitel 1 - Lösning av linjära ekvationssystem

- Rita en trappa - antal hörn?
- Pivotpositioner i hörnen

1.1. **Metod Gausselimination.** Skapa ett trappsystem genom att

- Byt plats på raderna (pil mellan raderna)
  - Slipper räkna med bråktal
- Ett tal gånger rad, därefter gånger annan rad
- Multiplicera en rad med ett tal

1.2. **Antal lösningar.**

- En
- Ingen
  - 0=n, n$\neq$ 0 $\Rightarrow$Saknar lösning!
- Oändligt många lösningar
  - $0 = 0$
  - Parameterlösning - oändligt antal lösningar. Skär varandra i linje
  - Sätt variabeln som en parameter ($z = t$).
  - Vad blir x och y uttryckt i z?

Exempel. Lös det linjära ekvationssystemet:

$$\begin{cases} x & +2y & +z = 1 \\ & -y & -4z = 0 \\ & & z = 0 \end{cases}$$

Lsg: $x = -1$, $y = 1$, $z = 0$

Exempel. Lös det linjära ekvationssystemet

$$\begin{cases} x & +2y & +z & = & 1 \\ 2x & +3y & -2z & = & 1 \\ 3x & +4y & -4z & = & 1 \end{cases}$$

- Lsg: samma som ovan

Date: 20 januari 2014.

Exempel. Lös ekvationssystemet

$$\begin{cases} 2x & +3y & -2z & = & 1 \\ x & +2y & +z & = & 1 \\ 3x & +4y & -5z & = & 1 \end{cases}$$

Lsg: $\begin{cases} x & = & 7t & -1 \\ y & = & -4t & +1 & , t \in \mathbb{R} \\ z & = & t & \end{cases}$

Exempel. Lös ekvationssystemet

$$\begin{cases} x & +2y & +z & = & 1 \\ 2x & +3y & -2z & = & 1 \\ 3x & +4y & -5z & = & 2 \end{cases}$$

- Saknar lösning!

2. Kapitel 7.1-7.2 - Matriser

Exempel. 2x3-matris: $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$

Exempel (Matrisaddition). $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+5=6 & 2+6=8 \\ 3+7=10 & 4+8=12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 8 \\ 10 & 12 \end{pmatrix}$

Exempel (Tal gånger matris). $5 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \cdot 1 = 5 & 5 \cdot 2 = 10 \\ 5 \cdot 3 = 15 & 5 \cdot 4 = 20 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 10 \\ 15 & 20 \end{pmatrix}$

- Tal = skalär

Exempel (Matrismultiplikation). $\underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}}_{A:3x2} \underbrace{\begin{pmatrix} 7 & 8 \\ 9 & 10 \end{pmatrix}}_{B:2x2} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 7 + 2 \cdot 9 & 1 \cdot 8 + 2 \cdot 10 \\ 3 \cdot 7 + 4 \cdot 9 & 3 \cdot 8 + 4 \cdot 10 \\ 5 \cdot 7 + 6 \cdot 9 & 5 \cdot 8 + 6 \cdot 10 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 25 & 28 \\ 57 & 64 \\ 89 & 100 \end{pmatrix}}_{\text{AB: 3x2}}$

- De inre siffrorna *måste* vara samma
- De yttre siffrorna säger storleken på produkten

Exempel. Om AB och BA båda är definierade så gäller i allmänhet $AB \neq BA$.

$A = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$

$AB = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & -16 \\ 4 & -8 \end{pmatrix}.$

$BA = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_{\text{Nollmatris}}$

Exempel. $\underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 7 & 3 & -1 \end{pmatrix}}_{\text{Radmatris}}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 7 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} \leftarrow$ Kolonnmatris

Exempel (Ekvationssystem)**.** $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 2 \\ 3x_1 + 4x_2 - 4x_3 = 3 \end{cases}$ kan skrivas som A$\chi = \Upsilon$ där:

$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & -2 \\ 3 & 4 & -2 \end{pmatrix}$, $\chi = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$ och $\Upsilon = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$.

Med detta följer följande skrivsätt:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & |1 \\ 2 & 3 & -2 & |2 \\ 3 & 4 & -4 & |3 \end{pmatrix}$$